Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра высшей математики

Паспорт экзамена

по дисциплине «Математический анализ», 2 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в письменной форме, по билетам. Билет состоит из 1 теоретического вопросов и задач и формируется по следующему правилу:
1. Теоретический вопрос
2-3. Задачи (тема: «Ряды»)
4-5. Задачи (тема: «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»)
6-7. Задача (тема: «Обыкновенные дифференциальные уравнения»)
8-10. Задача (тема: «Кратные криволинейные, поверхностные интегралы»)

Таким образом, проверяется уровень сформированности компетенций и соотнесенных с ними индикаторов, закрепленных за дисциплиной.

На экзамене преподаватель вправе задавать студенту уточняющие и дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

Форма экзаменационного билета
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет РЭФ
Билет № _1_
к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

---

1. Признак Даламбера сходимости числовых рядов.
2. Найти область сходимости степенного ряда:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}\cdot 3^n}$$
3. Разложить функцию $y = \sin 2x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = \frac{\pi}{2}$.
4. Найти производную функции $u = x^2\sqrt{y} + \ln(y^2 + z)$ в точке $M_0(2,1,0)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $M_1(1,4,1)$.
5. Исследовать функцию $z = x^3 - 3xy - 3y$ на экстремум.
6. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения
$$y'' - 2y' - 3y = 3e^{2x}.$$
7. Найти решение задачи Коши:
$$xy' - 3y = x^4e^x,\ y(1) = e.$$

8. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_D x\,dx\,dy$$

по области

$$D:\ x \geqslant 0,\ y \leqslant 3-2x,\ y \geqslant x^2.$$

9. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_D y\,dx\,dy$$

$$D:\ x \geqslant 0,\ y \leqslant x,\ x^2+y^2 \leqslant 2x.$$

10. Найти поток векторного поля $\vec{F} = \{x+y^2+z^3, 2y+e^z, z-x^3\}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности:

$$\sigma:\ z = 4-x^2-y^2, z=0.$$

Утверждаю: зав. кафедрой ВМ _____ Н.С. Аркашов
(подпись)

(дата))

2. Уровни освоения компетенций и критерии оценки

Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если студент знает формулировки основных понятий, теорем, их доказательства, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы и способен обосновать выбор метода решения задачи. Компетенции и соотнесенные с ними индикаторы, закрепленные за дисциплиной, сформированы в полном объеме. Оценка составляет *от* 36 *до* 40 *баллов.*

Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если студент знает формулировки основных понятий и теорем, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, не допускает существенных ошибок при решении задачи . Компетенции и соотнесенные с ними индикаторы, закрепленные за дисциплиной, содержат несущественные пробелы и сформированы на базовом уровне. Оценка составляет *от 26 до 35 баллов.*

Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если студент знает определения основных понятий, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, приведены основные формулы для расчетов, но при решении задачи допускает непринципиальные ошибки, например, вычислительные . Компетенции и соотнесенные с ними индикаторы, закрепленные за дисциплиной, содержат пробелы и сформированы на пороговом уровне. Оценка составляет *от* 20 *до 25 баллов.*

Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, не способен показать причинно-следственные связи явлений, при решении задачи допускает принципиальные ошибки. Компетенции и соотнесенные с ними индикаторы, закрепленные за дисциплиной,

не сформированы. Оценка составляет *менее* 20 *баллов.*

3. Шкала оценки

Экзамен считается сданным, если сумма баллов по всем заданиям билета составляет от 20 до 40 баллов включительно. Сумма менее 20 баллов признается неудовлетворительным результатом промежуточной аттестации по дисциплине.

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, установленными в НГТУ.

4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

Ряды

1. Числовые ряды. Арифметические свойства сходящихся рядов.
2. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Теорема об остатке ряда.
3. Числовые ряды с положительными членами. Признаки сравнения.
4. Числовые ряды с положительными членами. Признаки Даламбера и Коши.
5. Числовые ряды с положительными членами. Интегральный признак Коши.
6. Знакопеременные числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.
7. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.
8. Функциональные ряды. Свойства равномерно сходящихся рядов.
9. Степенной ряд. Теорема Абеля. Область сходимости степенного ряда (центр, радиус и интервал сходимости).
10. Свойства степенных рядов: непрерывность суммы, почленное дифференцирование и интегрирование.
11. Ряд Тейлора. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора. Ряды Тейлора для некоторых элементарных функций.

Функции многих переменных: дифференциальное исчисление

1. Предел и непрерывность функций многих переменных. Свойства функций, имеющих предел в точке, и свойства непрерывных функций.
2. Частные производные и дифференцируемость функции двух переменных. Необходимое условие дифференцируемости функции в точке. Достаточное условие дифференцируемости функции в точке.
3. Дифференцирование сложной функции.
4. Функции, заданные неявно.

5. Градиент. Линии и поверхости уровня. Производная по направлению.

6. Касательная плоскость к графику функции и к поверхности, заданной неявно.

7. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных (без док.).

8. Формула Тейлора для функции двух переменных (без док.).

9. Экстремум функции многих переменных. Необходимое условие. Достаточное условие.

10. Условный экстремум функции двух переменных. Необходимое условие, достаточное условие (без док.)

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. ОДУ 1-го порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения (без док.). Общее и частное решения. Особое решение.

2. Основные типы ОДУ 1-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах.

3. ОДУ n-го порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения (без док.). Общее и частное решения.

4. Линейное однородное уравнение n-го порядка. Линейность дифференциального оператора. Множество всех решений уравнения как линейное подпространство в пространстве $C^n(a, b)$.

5. Линейная зависимость системы функций. Определитель Вронского. Необходимое и достаточное условия линейной зависимости системы функций — решений однородного линейного уравнения n-го порядка.

6. Линейное однородное уравнение n-го порядка. Структура общего решения, размерность и базис пространства решений.

7. Линейное однородное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.

8. Линейное неоднородное уравнение n-го порядка. Свойства решений. Вид общего решения.

9. Линейное неоднородное уравнение n-го порядка. Метод вариации постоянных.

10. Линейное неоднородное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения в зависимости от вида правой части.

11. Нормальная система ОДУ 1-го порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения (без док.). Общее и частное решения.

12. Однородная система линейных ОДУ 1-го порядка. Определитель Вронского для системы вектор-функций. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости решений однородной системы линейных уравнений.

13. Однородная система линейных ОДУ 1-го порядка. Структура общего решения, размерность и базис пространства решений (без док.).

14. Неоднородная система линейных ОДУ 1-го порядка. Свойства решений. Вид общего решения. Метод вариации постоянных (без док.).

15. Однородная система линейных ОДУ 1-го порядка с постоянными коэффициентами. Нахождение общего решение в случае, когда собственные числа матрицы действительны и различны.

Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля.

1. Двойной интеграл. Свойства, геометрический смысл. Приложения двойных интегралов.

2. Теорема о сведении двойного интеграла к повторному (без док.).

3. Замена переменных в двойном интеграле (без док.). Полярные координаты.

4. Тройной интеграл. Свойства, вычисление. Приложения тройных интегралов.

5. Замена переменных в тройном интеграле (без док.). Цилиндрические и сферические координаты.

6. Несобственные двойные интегралы.

7. Векторные функции скалярного аргумента. Непрерывность, дифференцируемость.

8. Кривая и ее параметризация. Гладкие кривые. Касательный вектор к гладкой кривой.

9. Криволинейный интеграл первого рода. Свойства, вычисление, приложения.

10. Криволинейный интеграл второго рода. Свойства, физический смысл. Работа и циркуляция векторного поля.

11. Формула Грина.

12. Потенциальные векторные поля. Теорема о независимости криволинейного интеграла второго рода (на плоскости) от пути.

13. Потенциальные векторные поля. Теорема о независимости криволинейного интеграла второго рода (в пространстве) от пути. Ротор векторного поля.

14. Поверхностный интеграл первого рода. Свойства, вычисление, приложения.

15. Ориентация поверхности.

16. Поверхностный интеграл второго рода. Свойства, различные способы вычисления, физический смысл. Потомк векторного поля через поверхность.

17. Дивергенция векторного поля, физический смысл. Формула Гаусса — Остроградского.

18. Ротор векторного поля, физический смысл. Формула Стокса (без док.).